

Формулы для поляра $A^\circ := \{y \mid \sup_{x \in A} \langle y, x \rangle \leq 1\}$.

1. A° — выпуклое замкнутое множество, $0 \in A^\circ$.
2. $B \supset A \Rightarrow B^\circ \subset A^\circ$.
3. $(\lambda A)^\circ = \lambda^{-1} A^\circ \quad \forall \lambda > 0$.
4. $(\overline{A})^\circ = A^\circ$.
5. $(A \cup \{0\})^\circ = A^\circ$.
6. $(\text{conv } A)^\circ = A^\circ$.
7. $(\overline{\text{conv } A \cup \{0\}})^\circ = A^\circ$.
8. $(A \cup B)^\circ = A^\circ \cap B^\circ, \quad (\text{conv}(A \cup B))^\circ = A^\circ \cap B^\circ$.
9. $(A \cap B)^\circ = \overline{\text{conv}(A^\circ \cup B^\circ)} \quad \forall$ выпуклых замкнутых множеств A, B , содержащих ноль.

Поляры некоторых множеств

1. $A = \{a \in \mathbb{R}^n\} \Rightarrow A^\circ = \{y \in \mathbb{R}^n \mid \langle y, a \rangle \leq 1\}$.
2. $A = \{x \in \mathbb{R}^n \mid \langle a, x \rangle = 0\} \Rightarrow A^\circ = \{\lambda a \mid \lambda \in \mathbb{R}\}$.
3. $A = \{x \in \mathbb{R}^n \mid \langle a, x \rangle \leq 0\} \Rightarrow A^\circ = \{\lambda a \mid \lambda \geq 0\}$.
4. $A = \{x \in \mathbb{R}^n \mid \langle a, x \rangle \geq 0\} \Rightarrow A^\circ = \{\lambda a \mid \lambda \leq 0\}$.
5. $A = \{x \in \mathbb{R}^n \mid \langle a, x \rangle \leq 1\} \Rightarrow A^\circ = \{\lambda a \mid 0 \leq \lambda \leq 1\}$.
6. $A = \{x \in \mathbb{R}^n \mid \langle a, x \rangle \geq 1\} \Rightarrow A^\circ = \{\lambda a \mid \lambda \leq 0\}$.

Формулы для сопряженных конусов

1. K^* — выпуклый замкнутый конус, $0 \in K^*$.
2. $K_1 \supset K_2 \Rightarrow K_1^* \subset K_2^*$.
3. $(\overline{K})^* = K^*$.
4. $(\text{conv } K)^* = K^*$.
5. $(\overline{\text{conv } K})^* = K^*$.